

113 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：四等考試
類 科：土木工程
科 目：材料力學概要

邱鴻昇 老師

一、如圖 1 所示，有一軸力構件 AD，左端 A 處為固定端，右端 D 處受到軸力 $P=100\text{ kN}$ 向右作用。並且在 B 處受到軸力 $F_1=70\text{ kN}$ 向左作用，在 C 處受到軸力 F_2 向右作用。已知 AB 段與 CD 段為鋼製，彈性模數 $E_{st}=200\text{ GPa}$ ，AB 與 CD 段長度為 1 m ，截面積為 100 mm^2 ；而 BC 段為鋁製，彈性模數 $E_{al}=70\text{ GPa}$ ，BC 段長度 1 m ，截面積是 200 mm^2 。在 BC 段有一應變規量測軸向應變 $\varepsilon=10\mu$ （其中 $\mu=10^{-6}$ ），請問 F_2 是多少？又求 D 端位移 δ_D 。（25 分）

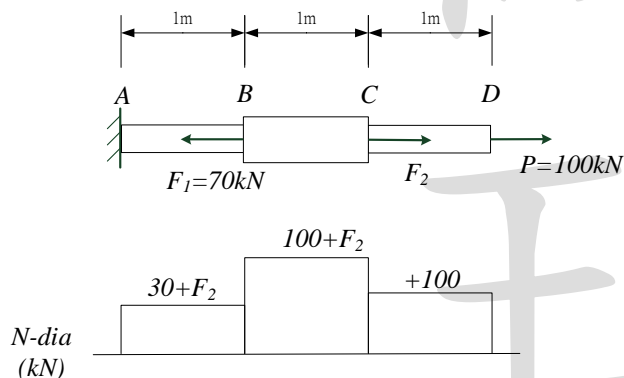


圖 1

1. 《考題難易》：★★(最高 5 顆星)
2. 《解題關鍵》：軸力桿件基本題型，考應變及變形的關係。
3. 《命中特區》：材料力學，拉力、壓力、剪力章節

【擬答】：

(-) 步驟 1：繪製軸力圖。



(-) 步驟 2：由應變 ε 計算未知力 F_2 。

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{P}{AE} \Rightarrow 10 \cdot 10^{-6} = \frac{100+F_2}{200 \cdot 70}, \text{ 得 } F_2 = -99.86\text{ kN}(\leftarrow)$$

(-) 步驟 3：計算 D 端位移 δ_D 。

$$\delta_D = \left(\frac{30+F_2}{AE_{st}} + \frac{100+F_2}{AE_{al}} + \frac{100}{AE_{st}} \right) \cdot L = \left(\frac{30-99.86}{100 \cdot 200} + \frac{100-99.86}{200 \cdot 70} + \frac{100}{100 \cdot 200} \right) \cdot 1000$$

$$\text{得 } \delta_D = -3.493 + 0.01 + 5 = 1.517\text{ mm}(\rightarrow)$$

Ans :

(-) $F_2 = 99.86\text{ kN}(\leftarrow)$, $\delta_D = 1.517\text{ mm}(\rightarrow)$

公職王歷屆試題 (113 地方特考)

二、如圖 2 所示，有一簡支梁 AB，在梁上受到一分布載重 $w(x) = -x^2 + xL$ 作用。試求出梁的中央處 C 處的側向位移 v_c 。已知梁的彈性模數 $E=200\text{GPa}$ ，梁的截面為矩形斷面，高度 h 為 60cm ，寬度為 50cm ，梁的長度 $L=10\text{m}$ 。本題可能用到積分公式 $\int x^m dx = \frac{1}{m+1} x^{m+1}$ 。(25 分)

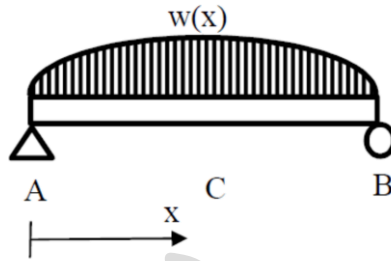


圖 2

1. 《考題難易》：★★★(最高 5 顆星)
2. 《解題關鍵》：積分法，考載重與變形之關係式及邊界條件之理解。
3. 《命中特區》：結構學第六章

【擬答】：

步驟 1：採用積分法。

$$\begin{aligned}
 EIy'''' &= w(x) \quad , \text{ 其中 } w(x) = -x^2 + xL \\
 \Rightarrow EIy''' &= \int w(x)dx = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{L}{2}x^2 + C_1 \\
 \Rightarrow EIy'' &= \iint w(x)dx = -\frac{1}{12}x^4 + \frac{L}{6}x^3 + C_1 \cdot x + C_2 \\
 \Rightarrow EIy' &= \iiint w(x)dx = -\frac{1}{60}x^5 + \frac{L}{24}x^4 + \frac{C_1}{2} \cdot x^2 + C_2 \cdot x + C_3 \\
 \Rightarrow EIy &= -\frac{1}{360}x^6 + \frac{L}{120}x^5 + \frac{C_1}{6} \cdot x^3 + \frac{C_2}{2} \cdot x^2 + C_3 \cdot x + C_4
 \end{aligned}$$

步驟 2：由邊界條件，求積分常數。

$$\begin{aligned}
 y(0) = 0 &\Rightarrow C_4 = 0 \\
 y''(0) = 0 &\Rightarrow C_2 = 0 \\
 y'\left(\frac{L}{2}\right) = 0 &\Rightarrow -\frac{5^5}{60} + \frac{10 \cdot 5^4}{24} + 12.5C_1 + C_3 = 0 \dots\dots\dots(1) \\
 y(L) = 0 &\Rightarrow -\frac{10^6}{360} + \frac{10^6}{120} + \frac{1000}{6}C_1 + 10C_3 = 0 \dots\dots\dots(2)
 \end{aligned}$$

聯立(1)、(2)式

$$\text{得 } C_1 = -83.33 \quad , \quad C_3 = 833.33$$

步驟 3：代回積分常數得變形方程式。

$$\text{得 } y(x) = \frac{1}{EI} \left(-\frac{1}{360}x^6 + \frac{10}{120}x^5 - \frac{83.33}{6} \cdot x^3 + 833.33 \cdot x \right)$$

步驟 4：求簡支梁中央點 C 之變位 v_c 。(假設分布載重單位為 kN/m)

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{50 \cdot 60^3}{12} = 900,000 \text{cm}^4 = 0.009 \text{m}^4 \\
 v_c &= y(5) = \frac{\left(\frac{1}{360}5^6 + \frac{10}{120}5^5 - \frac{191.67}{6}5^3 + 2083.33 \cdot 5 \right)}{200 \cdot 10^6 \cdot 0.009} = 1.47 \cdot 10^{-3} \text{m}(\downarrow)
 \end{aligned}$$

Ans :
 $(\rightarrow)v_c = 1.47 \cdot 10^{-3} \text{m}(\downarrow)$

公職王歷屆試題 (113 地方特考)

三、某點之應力狀態如圖 3 所示。試求其主軸應力 (principle stress)，和最大剪應力 (maximum shear stress) 及平均正應力。(25 分)

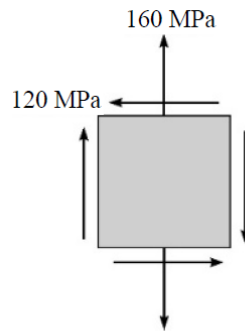


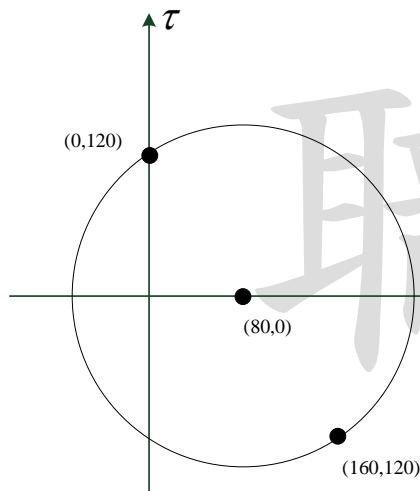
圖 3

1. 《考題難易》：★(最高 5 顆星)
2. 《解題關鍵》：平面應力，考莫爾圓應用或採用公式法，常見題型應把握。
3. 《命中特區》：材料力學平面應力章節

【擬答】：

(一) 步驟 1：繪製應力莫爾圓(拉順系統)。

座標點 1：(0,120)、座標點 2：(160,-120)，繪製莫爾圓



步驟 2：計算圓座標求主應力及主平面。

莫爾圓圓心：(80,0)，莫爾圓半徑： $\sqrt{(80)^2 + (120)^2} = 144.2$

最大主應力 $\sigma_1 = 80 + 144.2 = 224.2(MPa)$

最小主應力 $\sigma_3 = 80 - 144.2 = -64.2(MPa)$

平均正應力 $= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = 80(MPa)$

最大剪應力 $= 144.2(MPa)$

Ans：

(一) 最大主應力 $\sigma_1 = 224.2(MPa)$ ，最小主應力 $\sigma_3 = -64.2(MPa)$

(二) 最大剪應力 $\tau_{max} = 144.2(MPa)$ ，平均正應力 =

志光×學儒×保成
為你絕佳助攻

5大衝刺課程

帶你直攻
地方特考



測驗常考易錯

埋頭苦練 不如讓老師點通學習之路

常考題型 知識強化

易錯題型 觀念釐清

總複習

考點update!時事修法update!

關鍵考點

考前複習

最新考情

短期密集

題庫班

各科名師專業訓練 審題神速、答題神準
讀書精熟+答題精準=快速上榜

題庫演練

精準教學

解題技巧

作文實戰班

作文學得好，同時提升寫作能力與論述邏輯

高分
寫作指引

強化
論述深度

架構
分層演練

新式
作文教戰

四、如圖 4 所示，一水平力 $P=100$ kN 作用於板的末端上。板厚 10 mm，而 P 則作用於板厚之中心線下方，且 $d=30$ mm，請問 $a-a$ 截面的正向應力最大值與最小值分別為多少？（25 分）

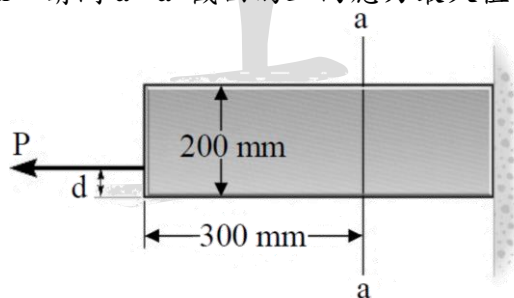


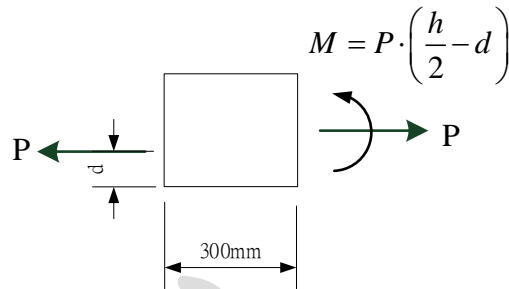
圖 4

1. 《考題難易》：★(最高 5 顆星)
2. 《解題關鍵》：合成應力，考內力及應力計算，標準題型應把握。
3. 《命中特區》：材料力學拉力、壓力、剪力及彎曲應力章節

【擬答】：

(一)步驟 1：計算斷面內力。

由分離體圖



步驟 2：計算 a-a 截面正向應力最大值 σ_{max} 及正向應力最小值 σ_{min} 。

$$\text{斷面慣性矩 } I = \frac{bh^3}{12} = \frac{10 \cdot 200^3}{12} = 6,666,666.7 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_{max} = \frac{P}{A} + \frac{My}{I} = \frac{100}{10 \cdot 200} + \frac{100 \cdot (70) \cdot 100}{6,666,666.7} = 0.155 \text{ GPa (拉)}$$

$$\sigma_{min} = \frac{P}{A} - \frac{My}{I} = \frac{100}{10 \cdot 200} - \frac{100 \cdot (70) \cdot 100}{6,666,666.7} = -0.055 \text{ GPa (壓)}$$

Ans :

最大正向應力 $\sigma_{max} = 0.155 \text{ GPa (拉)}$

最小正向應力 $\sigma_{min} = -0.55 \text{ GPa (壓)}$

全方位智能學習系統

志光 × 學儒 × 保成

虛實整合 引你入勝



上課方式最多元

多元學習
新型態

突破傳統上課模式
學習不受環境影響

面授
學習

直播
學習

在家
學習

視訊
學習

- 學習零時差 | 同類科各班別，皆可同步直播上課
- 服務零死角 | 服務緊貼需求，隨時掌握學習狀況



考點掌握最全面

考試關鍵
不漏接

考前、考中及考後，皆享有
志光、學儒、保成專業服務

考前叮嚀影片

考前重點下載

線上即時解答

考後影音解題

依各區規劃為主，請洽全國門市