

113 年公務人員普通考試試題

類科：測量製圖
科目：誤差理論概要

一、一組 16 個測量誤差如下所示：

10, 16, -5, 17, 7, 19, -3, 9, 30, 3, 17, 0, 15, -2, 9, 2。

試以此數據判斷此組誤差是否存在系統誤差？另若誤差大於 3 倍的標準差視為粗差（錯誤），請問在這組數據裡，是否存在粗差？若有粗差存在，是上述那些測量誤差？粗差刪除後，估計這些誤差的平均值、量測標準差、均方根誤差。以上均請說明之。（註：假設測量誤差服從常態分配）（25 分）

1. 考題難易：★★☆☆☆
2. 解題關鍵：關鍵字：標準差，粗差，量測標準差，均方根誤差。
重點提要：粗差刪除，3 倍的標準差為粗差。
3. 命中特區：書名：誤差理論及實務上課教材
作者：賴明
章節出處：第三章 直接觀測平差 之一、等精度（等權）直接觀測平差

【擬答】

(一) 判斷此組誤差是否存在系統誤差

不存在系統誤差。因為，系統誤差具有同方向性、系統性，而且系統誤差符號相同；然而，16 個測量誤差有正有負，誤差符號不相同，因此，此數據不存在系統誤差。

(二) 以 3 倍標準差判斷數據是否存在粗差

$$[vv] = 10^2 + 16^2 + (-5)^2 + 17^2 + 7^2 + 19^2 + (-3)^2 + 9^2 + 30^2 + 3^2 + 17^2 + 0^2 + 15^2 + (-2)^2 + 9^2 + 2^2 = 2682$$

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n(n-1)}} = \pm \sqrt{\frac{2682}{16 \times 15}} = \pm 3.343$$

$$3 \text{ 倍標準差} = 3 \times \sigma = \pm 3 \times 3.343 = \pm 10.03 \quad \therefore \text{數據是否存在粗差}$$

(三) 粗差

16, 17, 19, 30, 17, 15 為 6 個粗差。

(四) 計算誤差平均值、量測標準差、均方根誤差。

$$\text{誤差平均值} = (10 - 5 + 7 - 3 + 9 + 3 + 0 - 2 + 9 + 2) / 10 = 3$$

$$[vv] = 10^2 + (-5)^2 + 7^2 + (-3)^2 + 9^2 + 3^2 + 0^2 + (-2)^2 + 9^2 + 2^2 = 362$$

$$\text{量測標準差} = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}} = \pm \sqrt{\frac{362}{10-1}} = \pm 6.34$$

$$\text{均方根誤差} = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n}} = \pm \sqrt{\frac{362}{10}} = \pm 6.02$$

二、同一量(如一段長度、一個角度等)二次觀測之差,是為較差。較差小時,表示這些觀測量的隨機誤差(即俗稱的偶然誤差)小。請依誤差理論評論這段話的正確性。另外,導線簡易平差計算所得的位置閉合差是較差的概念,還是可用來表示導線測量之精度?試評論之。
(註:假設測量誤差服從常態分配)(25分)

1. 考題難易:★★☆☆☆
2. 解題關鍵:關鍵字:較差,隨機誤差(偶然誤差),系統誤差。
重點提要:位置閉合差,較差,平差。
3. 命中特區:書名:誤差理論及實務 上課教材
作者:賴明
章節出處:第一章 測量平差之基本觀念及原理 之 第1節 測量誤差與處理

【擬答】

(一)較差小時,是否表示觀測量的隨機誤差(偶然誤差)小之分析。

1. 觀測量的誤差

測量誤差依其對觀測成果影響,可分為:

- (1)粗差或錯誤:其原因是:由於人為的疏忽、無經驗、不細心所引起的大誤差。通常是指在正常觀測條件下,可能出現比最大誤差還要大的誤差。
- (2)系統誤差:其原因:由於儀器本身或儀器改正不完善所引起之小誤差。此為常差,經多次觀測後,累積成大誤差。其特性:誤差大小相同,具有同方向性,誤差符號相同。
- (3)偶然誤差或隨機誤差:在相同觀測條件下,觀測量誤差表現出偶然性。其原因:由於自然環境氣候變化,儀器極限,觀測者等因素,所引起的觀測誤差。其特性:誤差有正有負。相同大小的正、負誤差,出現的機率相等。

2. 較差小時,是否表示觀測量的隨機誤差(偶然誤差)小

較差小時,並不一定表示觀測量的隨機誤差(偶然誤差)必定為小。因為,觀測量亦可能存在系統誤差或隨機誤差。如果觀測量存在系統誤差,未經平差,則計算所得的較差,雖然較小,並不一定是隨機誤差(偶然誤差)為小。

3. 例如 - 以捲尺觀測長度

以捲尺觀測長度,得 60.141m、60.144m,捲尺名義長度 30 公尺,經實際檢定,長度為 29.94m,則尺長改正後的長度為 $60.141 \times 29.94 / 30.00 = 60.021\text{m}$ 、 $60.144 \times 29.97 / 30.00 = 60.024\text{m}$,系統誤差為 0.120 m,較差為 $60.144 - 60.141 = 0.003\text{m}$ 。較差很小,看似誤差很小,但是系統誤差很大。

4. 例如 - 以電子測距儀觀測距離

以精度為 $(3\text{ mm} + 2\text{ ppm})$ 電子測距儀測定一段距離約 2 km,得到觀測值為 2000.141m、2000.144 m,則較差為 $2000.144 - 2000.141 = 0.003\text{m} = 3\text{mm}$,但是觀測值 2000.141m 之中誤差為 5mm,觀測值 2000.144m 之中誤差亦為 5mm;由誤差傳播定律,較差的後驗中誤差為 $5 \times 1.414 = 7.07\text{mm}$,顯示較差的後驗中誤差 > 較差。因此,較差小時,並不一定表示觀測量的隨機誤差(偶然誤差)必定為小。因為,存在觀測值中誤差。

(二)位置閉合差是較差的概念,還是可用來表示導線測量精度之評論

1. 閉合導線測量計算程序

(1)角度閉合差和改正值計算

- ①幾何條件: n 邊形內角和 $= (n-2) \times 180^\circ$, n 邊形外角和 $= (n+2) \times 180^\circ$
- ②閉合差 f_w : n 邊形內角閉合差 $f_w = [\text{內角}] - (n-2) \times 180^\circ$
 n 邊形外角閉合差 $f_w = [\text{外角}] - (n+2) \times 180^\circ$
- ③各角度改正值 δ_i : 角度平差採用平均改正 $\delta_i = -\frac{f_w}{n}$

(2)方位角計算

(3)橫距、縱距計算

橫距: $\Delta X_{12} = \Delta E_{12} = L_{12} \times \sin \phi_{12}$, 縱距: $\Delta Y_{12} = \Delta N_{12} = L_{12} \times \cos \phi_{12}$

(4)縱橫距閉合差及導線閉合比計算

公職王歷屆試題 (113 普考)

位置閉合差：橫距閉合差： $\omega_X = [\Delta X]$ 或 $\omega_E = [\Delta E]$ ，縱距閉合差： $\omega_Y = [\Delta Y]$ 或 $\omega_N = [\Delta N]$

導線閉合差： $\omega_L = \sqrt{\omega_E^2 + \omega_N^2}$ ，導線閉合比（導線精度） $P = \frac{\omega_L}{[L]} = \frac{1}{\omega_L}$

2. 位置閉合差的評論

- (1) 閉合導線(或附合導線)的多餘觀測數(自由度)=3，可用於角度平差改正、縱距平差改正、橫距平差改正。亦即，角度(內角或外角)已經平差改正，系統誤差已經消除。
- (2) 以平差改正後的角度值，計算各邊方位角。方位角已經不含系統誤差。
- (3) 以各邊方位角，計算各邊橫距、縱距。距、縱距已經不含系統誤差。
- (4) 位置閉合差：橫距閉合差： $\omega_X = [\Delta X]$ 或 $\omega_E = [\Delta E]$ ，已經不含系統誤差。

因此，導線簡易平差計算所得的位置閉合差是較差的概念，可用來表示導線測量之精度

公職

志光×學儒×保成

穩佔高普 穩穩上榜 做你的神兵利器

高普考進階課程



階梯式課程設計 鞏固考取實力

■ 理論建構縱向連貫

- 01 基礎班
- 02 考前總複習班
- 03 多循環正規班

■ 知識運用橫向整合

- 04 申論作答班
- 05 測驗常考易錯

依各區規劃為主，請洽全國門市

公職王歷屆試題 (113 普考)

三、假設水準測量往返測閉合差的限制值為 $12\text{mm}\sqrt{K}$ ，則水準測量每公里的精度要求為何？又一條實際的水準線往返測高程差分別為 12.536m 和 -12.552m ，水準線長分別為 10km 和 10.8km ，試求此水準線兩端點的平均高程差為何？其閉合差是否滿足前述閉合差的限制值？請說明之。(25分)

1. 考題難易：★★☆☆☆
2. 解題關鍵：關鍵字：最或是值，算術平均，誤差種類及特性。
重點提要：粗差刪除， $0^{\circ}0'0''=360^{\circ}0'0''=359^{\circ}59'60''$ 。
3. 命中特區：書名：誤差理論及實務 上課教材
作者：賴明
章節出處：第三章 直接觀測平差 之一、等精度（等權）直接觀測平差

【擬答】

(一) 水準測量每公里的精度要求

$$K=1, \text{ 精度要求} = 12\text{mm}\sqrt{1} = 12\text{mm}$$

(二) 平均高程差

$$\text{平均高程差} = (12.536 + 12.552)/2 = 12.544 \text{ m}$$

(三) 閉合差分析

$$\text{閉合差 } \omega = 12.536 + (-12.552) = -0.016\text{m} = 16\text{mm}$$

$$\text{往返水準線長 } K = 10.0 + 10.8 = 20.8\text{km}$$

$$16\text{mm} = C\sqrt{20.8}, \quad C = \frac{16}{\sqrt{20.8}} = 3.5\text{mm}$$

$$\therefore 3.5\text{mm} < 12\text{mm} \quad \therefore \text{閉合差滿足前述閉合差的限制值}$$

四、假設水平角正倒鏡觀測一測回的觀測精度為 5 秒，一個水平角正倒鏡觀測五測回，則各測回觀測值和所有測回的平均值之 95% 信賴區間的較差限制值應為多少方為合理？請說明之。(25分)

1. 考題難易：★★☆☆☆
2. 解題關鍵：關鍵字：最或是值，算術平均，誤差種類及特性。
重點提要：粗差刪除， $0^{\circ}0'0''=360^{\circ}0'0''=359^{\circ}59'60''$ 。
3. 命中特區：書名：誤差理論及實務 上課教材
作者：賴明
章節出處：第三章 直接觀測平差 之一、等精度（等權）直接觀測平差

【擬答】

已知：一測回的觀測精度為 $\sigma_1 = \pm 5$ 秒。

$$\text{則五測回觀測值的平均值的精度為 } \sigma_5 = \pm \frac{\sigma_1}{\sqrt{5}} = \pm \frac{5}{\sqrt{5}} = \pm \sqrt{5}'' = \sigma_{\bar{\theta}}$$

設：各測回觀測值為 θ_i ，所有測回平均值為 $\bar{\theta}$

$$\text{較差 } \Delta\theta = \theta_1 - \bar{\theta}, \quad \frac{\partial \Delta\theta}{\partial \theta_1} = 1, \quad \frac{\partial \Delta\theta}{\partial \bar{\theta}} = -1$$

$$\sigma_{\Delta\theta} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial \Delta\theta}{\partial \theta_1}\right)^2 \times \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial \Delta\theta}{\partial \bar{\theta}}\right)^2 \times \sigma_{\bar{\theta}}^2}$$

$$= \pm \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_{\bar{\theta}}^2} = \pm \sqrt{5^2 + (\sqrt{5})^2} = \pm \sqrt{25 + 5} = \pm \sqrt{30} = \pm 5.48''$$

$$95\% \text{ 信賴區間的較差限制值} = \pm 1.96\sigma_{\Delta\theta} = \pm 1.96 \times 5.48 = \pm 10.74''$$