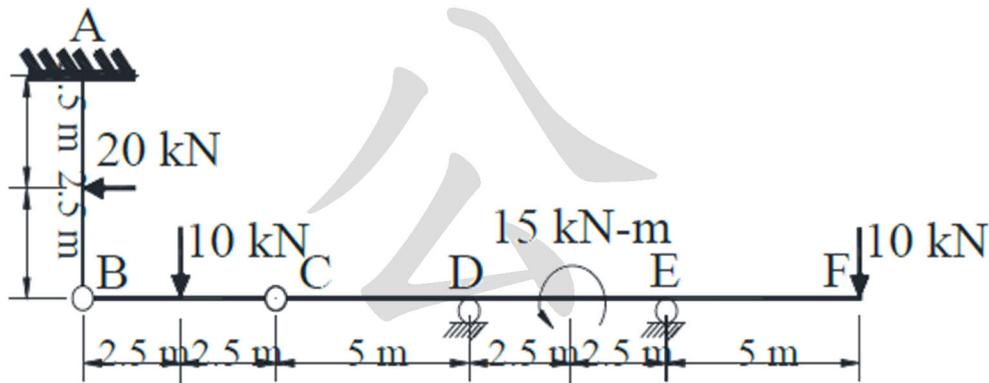


# 113 年公務人員高等考試三級考試試題

等 別：三等  
類 科：土木工程  
科 目：結構學

邱鴻昇老師解題

一、如下圖所示之梁及載重，A 點為固定端，B 及 C 點為鉸接，D 及 E 點為滾支承，F 點為自由端，請計算 A 點、D 點及 E 點反力及繪製此梁之剪力圖及彎矩圖。(25 分)

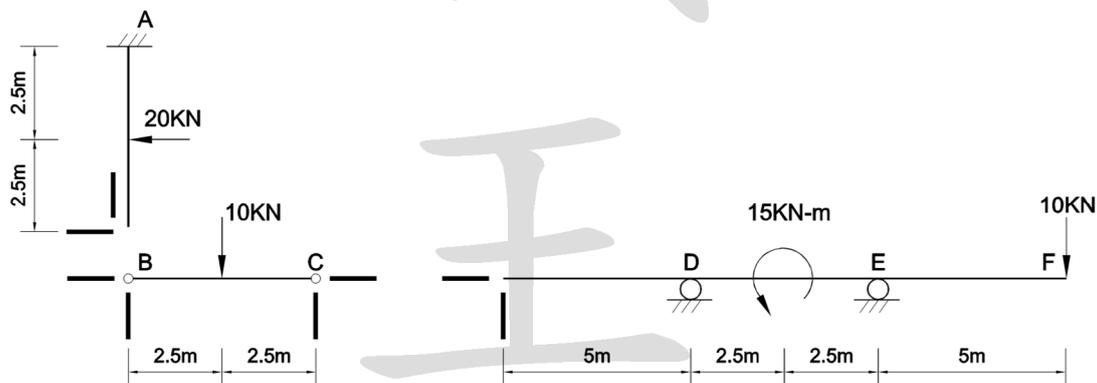


**【解題關鍵】**

1. 《考題難易》★
2. 《破題關鍵》靜定結構，善用取分離體技巧，搭配平衡方程式可求出所有支承反力及內力

**【擬答】**

(一)繪製分離體圖



(二)由力平衡方程式求支承反力

由 BC 分離體圖

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R_{C,y} \cdot 5 - 10 \cdot 2.5 = 0, \text{ 得 } R_{C,y} = 5\text{KN}(\uparrow)$$

$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow R_{B,y} + R_{C,y} - 10 = 0, \text{ 得 } R_{B,y} = 5\text{KN}(\uparrow)$$

由 CF 分離體圖

$$\sum F_X = 0 \Rightarrow R_{C,x} = 0$$

$$\sum M_E = 0 \Rightarrow R_D \cdot (5) + 10 \cdot (5) - 15 - 5 \cdot (10) = 0, \text{ 得 } R_D = 3\text{KN}(\uparrow)$$

$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow R_E + 3 - 10 - 5 = 0, \text{ 得 } R_E = 12\text{KN}(\uparrow)$$

公職王歷屆試題 (113 高考)

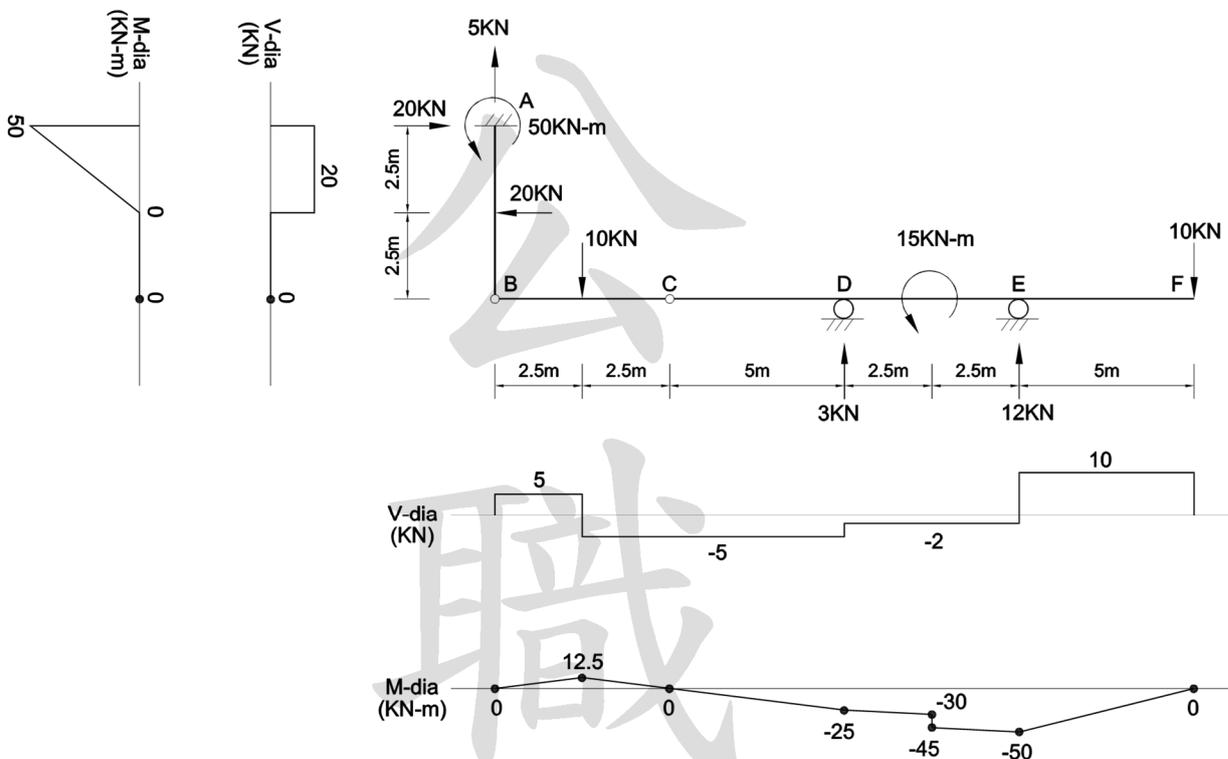
由 BC 分離體圖

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_{B,x} = 0$$

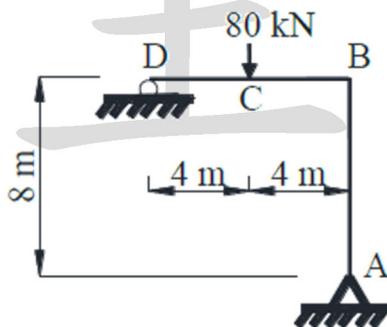
由 AB 分離體圖

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A - 20 \cdot 2.5 = 0, \text{ 得 } M_A = 25 \text{KN} \cdot \text{m} (\text{逆})$$

(三)繪製剪力、彎矩圖(彎矩圖繪製於壓力側)



二、如下圖所示之剛架，A 點為鉸接端，D 點為滾支承，在 C 點施加一個 80 kN 的力量，用虛功法 (Virtual Work) 求 B 點旋轉角 (各桿件之 E、I 均相同)。(未依指定方法作答，整題以零分計。)(25 分)



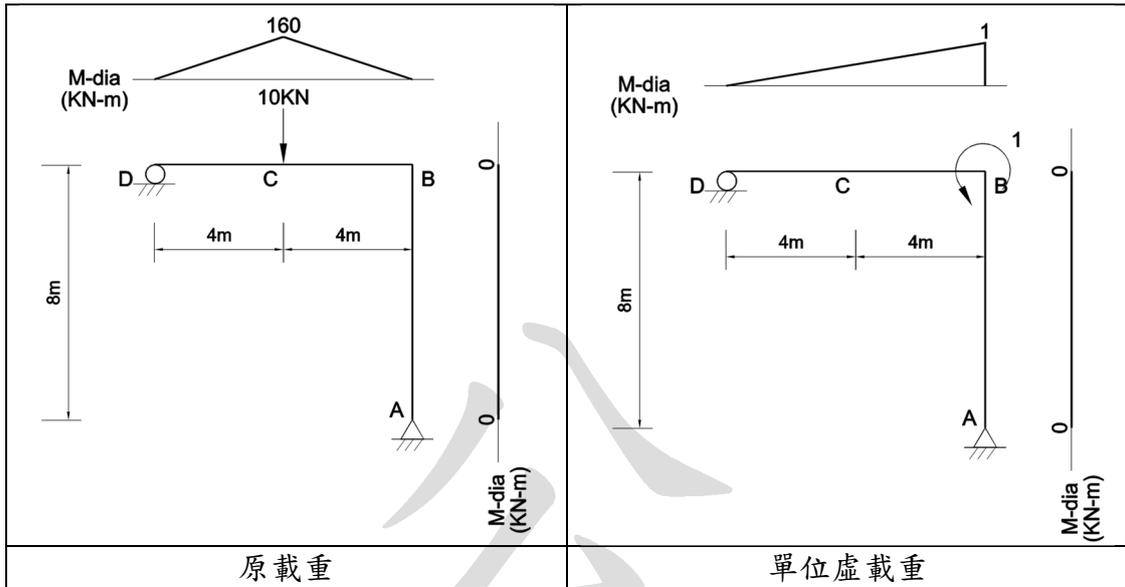
【解題關鍵】

1. 《考題難易》★
2. 《破題關鍵》

靜定結構求單一變形，屬必拿題型，勿被「虛功法」字眼所迷惑，單位力法、卡氏定理第二..等均屬虛功法。

【擬答】

(一)採單位力法進行計算



(二)由單位力法求 B 點旋轉角  $\theta_B$  (體積積分法)

$$1 \cdot \theta_B = \frac{1}{EI} \left( \frac{160 \cdot 8}{2} \right) \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_B = \frac{320}{EI} \text{ KN} - \text{m}^2 (\text{逆})$$

Ans :  
B 點旋轉角 :  $\theta_B = \frac{320}{EI} \text{ KM} - \text{m}^2 (\text{逆})$

# [ 志聖土木 × 超級函授 ] 全方位學習再進化!

線上上課+課後複習 超便利!    ✓服務加倍    ✓學習加倍    ✓便利加倍

\雲學習端 超彈性 /

**完整課程 上榜沒問題!**

**24hr 雲端 線上隨時上課**

**申論練筆 名師批閱指導**

**線上課業諮詢 專屬APP**

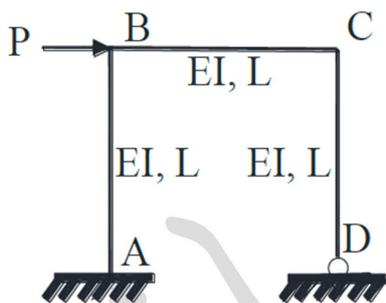
**中華電信 智能雲端平台**

\我們全力提供更好的學習 /

**國考技巧 打造上榜力**

公職王歷屆試題 (113 高考)

三、如下圖所示之剛架，A 點為固接支承，D 點為滾支承，在 B 點施加一個 P 的水平力，請利用傾角變位法 (Slope Deflection Method) 求(一)各桿件節點彎矩  $M_{AB}$ 、 $M_{BA}$ 、 $M_{BC}$ 、 $M_{CB}$ 、 $M_{CD}$  (20 分) 及(二)繪製剛架剪力圖及彎矩圖。(5 分) (注意：各桿件之彈性模數 E、慣性矩 I、長度 L 均相同，未依指定方法作答，整題以零分計。)



【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★
2. 《破題關鍵》

屬傾角變位法常見題型，注意「修正式」及「未修正式」用法，注意 CD 桿僅軸力作用，故  $M_{CD}$  及  $M_{CB}$  均為 0。

【擬答】

(一)自由度值  $\theta_B$ 、R，列桿件勁度比值及計算固端彎矩

桿件勁度比

$$K_{AB}:K_{BC} = K:K \quad , \quad R_{AB} = R$$

(二)列桿端彎矩式

$$M_{AB} = 2 \cdot (K)(\theta_B - 3R) = 2K\theta_B - 6KR$$

$$M_{BA} = 2 \cdot (K)(2\theta_B - 3R) = 4K\theta_B - 6KR$$

$$M_{BC} = 2 \cdot (K)(1.5\theta_B) = 3K\theta_B$$

$$M_{CB} = 0$$

$$M_{CD} = 0$$

(三)取分離體求自由度值

$$\sum M_B = 0 \quad , \quad M_{BA} + M_{BC} = 0 \Rightarrow 7K\theta_B - 6KR = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\sum F_X = 0 \quad , \quad \left(\frac{M_{AB}+M_{BA}}{L} + \frac{M_{CD}}{L}\right) + P = 0 \Rightarrow 6K\theta_B - 12KR = -PL \dots\dots\dots (2)$$

聯立(1)及(2)式求自由度值

$$K\theta_B = \frac{1}{8}PL \quad , \quad KR = \frac{7}{48}PL$$

(四)代入自由度值求桿端彎矩

$$M_{AB} = 2K\theta_B - 6KR = -\frac{5}{8}PL$$

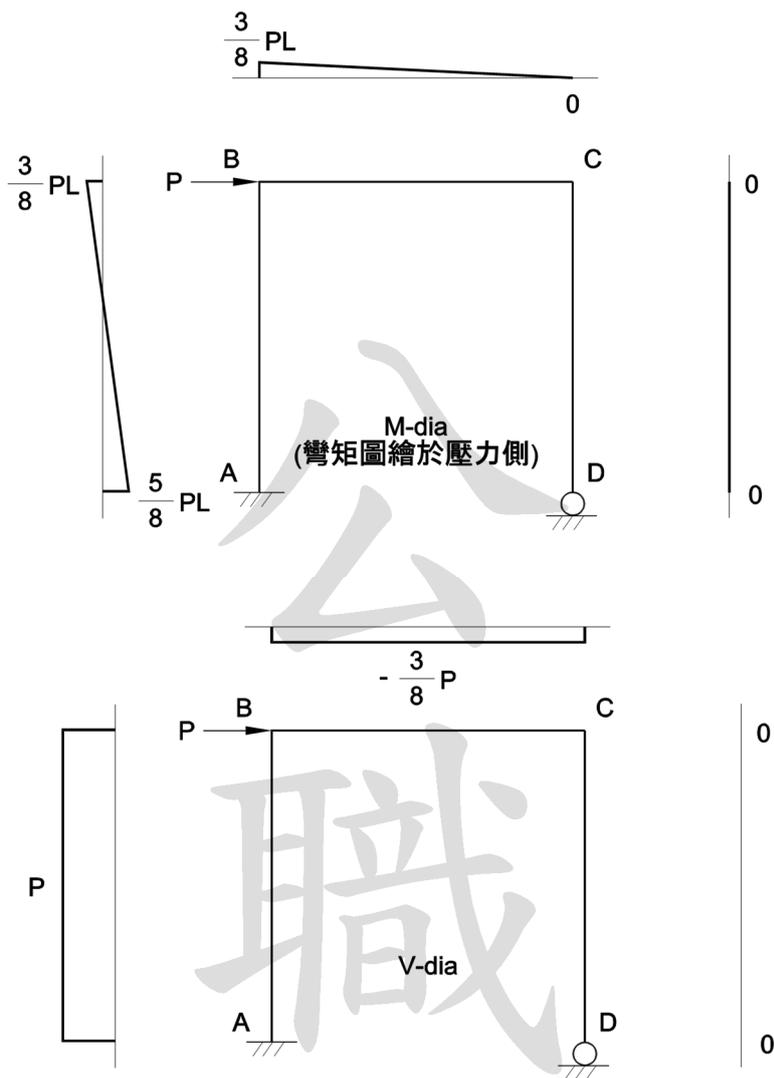
$$M_{BA} = 4K\theta_B - 6KR = -\frac{3}{8}PL$$

$$M_{BC} = 3K\theta_B = \frac{3}{8}PL$$

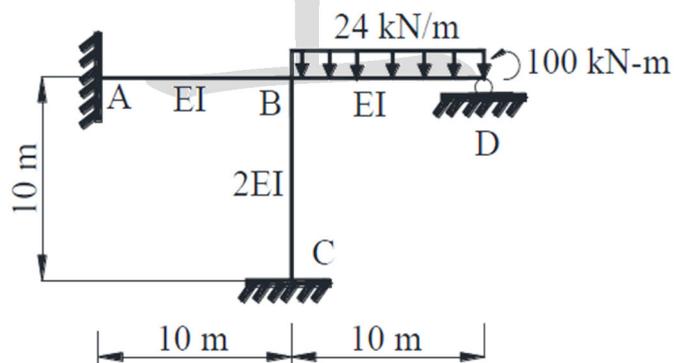
$$M_{CB} = 0$$

$$M_{CD} = 0$$

(五)繪製剪力彎矩圖



四、利用彎矩分配法 (Moment Distribution Method) 求下圖所示剛架各桿件端點彎矩，其中 A 及 C 點為固接端，D 點為滾支承 (水平桿件之彈性模數及慣性矩均為 EI，垂直桿件之彈性模數及慣性矩為 2EI)。(注意：未依指定方法作答，整題以零分計。)(25 分)



【解題關鍵】

1. 《考題難易》★
2. 《破題關鍵》

屬力矩分配法，標準題型(單自由度)，細心即可求解。

【擬答】

步驟 1：求分配係數  $(D.F.)_{AB}$ 、 $(D.F.)_{BC}$ 、 $(D.F.)_{BD}$   
 其中  $D$  為自由轉動端， $BD$  桿  $K$  值必須修正

$$K_{AB} : K_{BC} : K_{BD} = \frac{EI}{10} : \frac{2EI}{10} : \frac{EI}{10} \left(\frac{3}{4}\right) = 4 : 8 : 3$$

$$(D.F.)_{AB} = \frac{4}{4+8+3} = \frac{4}{15}、(D.F.)_{BC} = \frac{8}{4+8+3} = \frac{8}{15}、(D.F.)_{BD} = \frac{3}{4+8+3} = \frac{1}{5}$$

步驟 2：計算剛節點不轉動之桿端彎矩  $F.E.M.$

$$M_{BD} = -\frac{wL^2}{8} - \frac{M}{2} = -\frac{24 \cdot 10^2}{8} - \frac{100}{2} = -350(KN - m)$$

步驟 3：計算各桿端彎矩

各桿端彎矩如下表，力矩單位為  $kN \cdot m$ ，正號表示桿件分離體桿端彎矩順鐘向旋轉，

因  $M_{CB}$  已知，故在計算表最後才列出，計算過程不必處理。

	$M_{AB}$	$M_{BA}$	$M_{BD}$	$M_{BC}$	$M_{CB}$
$D.F.$		$4/15$	$3/15$	$8/15$	
$F.E.M.$			$-350$		
$D.M.$		$93.33$	$70$	$186.67$	
$C.O.M.$	$46.67$				$93.33$
$\Sigma M$	$46.67$	$93.33$	$-280$	$186.67$	$93.33$

選擇志聖.志光.學儒.超級函授 選擇上榜

# 土木金榜創佳績

22大雙榜 14大狀元 13大榜眼 7大探花



**楊○禮**  
 高普考土木工程  
 專技高考土木技師



**王○男**  
 地特三等雲嘉區  
 地特四等雲嘉區



**王○銘**  
 專技高考土木工程  
 高考土木工程



**吳○偉**  
 高考土木工程  
 普考土木工程



**田○妮**  
 原特四等土木工程



**許○捷**  
 調查局三等  
 營繕工程組



**林○宏**  
 台電僱員東區  
 土木工程類



**邱○慶**  
 水利署灌溉  
 工程人員台東



**黃○華**  
 地特四等新北市



**何○宇**  
 水利署灌溉  
 工程人員宜蘭



**洪○祥**  
 水利署灌溉  
 工程人員嘉南



**陳○旻**  
 地特四等花東區



**林○隆**  
 檢察事務官  
 (營繕工程組)



**林○豪**  
 水利署灌溉  
 工程人員彰化

優秀考取



**許○華** 112土木技師+ 高考土木工程  
 連續考取 土木高考是CP值最高的公職考科，我利用  
 晚上看課程(兼職Uber)，感謝家人的支持。

**王○鈞** 高普考土木工程雙榜  
 一年考取 補習班系統性的整理各科重點加上老師的講解，  
 讓更容易把考科吸收進大腦中。