

113 年公務人員普通考試試題

類 科：經建行政
科 目：統計學概要
考試時間：1 小時 30 分

吳迪老師

參考值：

$$P(Z > z_{\alpha}) = \alpha :$$

$$z_{0.025} = 1.96, z_{0.05} = 1.645。$$

$$P(t > (n)) = \alpha :$$

$$t_{0.025}(4) = 2.776, t_{0.0025}(5) = 2.571。$$

$$t_{0.05}(4) = 2.132, t_{0.05}(5) = 2.015。$$

$$P(F > F_{\alpha}(n_1, n_2)) = \alpha :$$

$$F_{0.05}(2,6) = 5.14, F_{0.05}(2,8) = 4.46。$$

$$F_{0.025}(2,6) = 7.26, F_{0.025}(2,8) = 6.06。$$

一、某廠商因其生產之商品數量極大，故委託A與B兩家代工廠商代為生產，已知A、B二家代工廠的生產量比例為3：1。根據以往查核資料，A代工廠產品的不良率為2%，B代工廠產品的不良率為4%，此二不良率皆符合該廠商對其商品不良率的要求。

(一)若有一消費者隨機購買一件該廠商生產之商品，

1. 此商品為從A代工廠生產且為不良品的機率為何？(4分)

2. 此商品為從B代工廠生產且為不良品的機率為何？(4分)

(二)接續題(一)，若該消費者隨機購買一件該廠商生產之商品，此商品為不良品的機率為何？(4分)

(三)若有一消費者隨機購買該廠商生產之商品，發現此商品為不良品，則該產品是來自B代工廠的機率為何？(8分)

- | |
|--|
| <p>1. 《考題難易》：★★(最難5顆星)
2. 《解題關鍵》：考貝氏定理,基本題
3. 《命中特區》：吳迪著”統計學”P2-14</p> |
|--|

【擬答】：

(一)

$$P(A)=0.75, P(B)=0.25$$

$$P(E|A) = 0.02, P(E|B) = 0.04$$

$$(1) P(A \cap E) = P(A) P(E|A) = 0.75 \times 0.02 = 0.015$$

$$(2) P(B \cap E) = P(B) P(E|B) = 0.25 \times 0.04 = 0.01$$

(二)

$$P(E) = P(A) P(E|A) + P(B) P(E|B) \\ = 0.015 + 0.01 = 0.025$$

(三)

$$P(B|E) = \frac{P(B \cap E)}{P(E)} = \frac{0.01}{0.025} = 0.4$$

二、某知名飲品店想瞭解消費者自備飲料杯情形，隨機抽訪1,000位消費者，分析資料後得知其中有400位男生及600位女生，且男生中有100位有自備飲料杯的習慣，而女生中有300位有自備飲料杯的習慣。

(一)估計來該店之消費者會自備飲料杯比例的95%信賴區間。(7分)

公職王歷屆試題 (113 普考)

(二)估計來該店之消費者中，男生與女生有自備飲料杯比例差的 95%信賴區間。(12 分)

(三)若該飲品店準備要進行某一項新品喜好度調查，預估消費者對該新品的喜好百分比會有 60% (即 $p=0.6$)，若要求此喜好百分比在信賴水準為 95%設定下的估計誤差值 d 不超過 0.02，在假設大樣本條件下，應抽出多少樣本數？(6 分)

- 1.《考題難易》：★★(最難 5 顆星)
- 2.《解題關鍵》：考母體比例 P 的估計與檢定,基本題
- 3.《命中特區》：吳迪著”統計學”P7-55

【擬答】：

(一)

$$\hat{p} = \frac{400}{1000} = 0.4$$

因為 $n=1000$ 大樣本，利用 Z 分配

$$Z = \frac{\hat{p} - P}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}} \sim N(0,1)$$

$$\Rightarrow P(-Z_{0.025} \leq Z \leq Z_{0.025}) = 0.95$$

$$\Rightarrow P(-Z_{0.025} \leq \frac{\hat{p} - P}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}} \leq Z_{0.025}) = 0.95$$

P 信賴度 95%之信賴區間為

$$\left(\hat{p} - Z_{0.025} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + Z_{0.025} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$$

$$\Rightarrow \left(0.4 - 1.96 \sqrt{\frac{0.4 \times 0.6}{1000}}, 0.4 + 1.96 \sqrt{\frac{0.4 \times 0.6}{1000}} \right)$$

$$\Rightarrow (0.3696, 0.4304)$$

(二)設男生為 $\hat{P}_1 = \frac{100}{400} = 0.25$

$$\text{女生為 } \hat{P}_2 = \frac{300}{600} = 0.5$$

因為 $n_1 = 400, n_2 = 600$ 為大樣本，利用 Z 分配

$$Z = \frac{(\hat{P}_1 - \hat{P}_2)}{\sqrt{\frac{\hat{P}_1(1-\hat{P}_1)}{n_1} + \frac{\hat{P}_2(1-\hat{P}_2)}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

$P_1 - P_2$ 信賴度 95%之信賴區間為

$$\left(\hat{P}_1 - \hat{P}_2 \pm Z_{0.025} \sqrt{\frac{\hat{P}_1(1-\hat{P}_1)}{n_1} + \frac{\hat{P}_2(1-\hat{P}_2)}{n_2}} \right)$$

$$\Rightarrow \left(0.25 - 0.5 \pm 1.96 \sqrt{\frac{0.25 \times 0.75}{400} + \frac{0.5 \times 0.5}{600}} \right)$$

$$\Rightarrow (-0.3083, -0.1917)$$

(三)

$$d = Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 1.96 \sqrt{\frac{0.6 \times 0.4}{n}} \leq 0.02$$

$$\Rightarrow n > 2304.96$$

$$\text{取 } n = 2305$$

三、某公司為瞭解其推出新產品上市一個月後在北、中、南 3 個營業區的平均銷售量是否會有不同，從 3 個營業區各隨機抽出 3 家分店，蒐集整理新品銷售量相關之資料（單位：百件）：

	北區	中區	南區
分店數	3	3	3
平均數	7	8	12
變異數	—	—	—

已知 9 家分店所有銷售量資料的（總）變異數為 10.5，請利用單因子變異數分析方法，在 5% 的顯著水準下，檢定 3 個營業區銷售量的平均數是否有差異？

(一)請寫出虛無與對立假設（3 分）

(二)請列出變異數分析表（ANOVA 表）及得到 F 統計量的估計值的每一個計算過程（18 分）

(三)檢定結果與結論（4 分）

- 1.《考題難易》：★★（最難 5 顆星）
- 2.《解題關鍵》：考變異數分析,基本題
- 3.《命中特區》：吳迪著”統計學”P9-8

【擬答】：

$$(一) \begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 \\ H_1: \mu_i \text{ 不全相同, } i = 1, 2, 3 \end{cases}$$

(二)

$$SST = (N - 1)S^2 = (9 - 1) \times 10.5 = 84$$

$$\bar{X}_{..} = \frac{7 + 8 + 12}{3} = 9$$

$$SSTR = \sum_{i=1}^K n_i (\bar{X}_{i.} - \bar{X}_{..})^2 = 3(7-9)^2 + 3(8-9)^2 + 3(12-9)^2 = 42$$

$$SSE = SST - SSTR = 84 - 42 = 42$$

ANOVA 表

來源	SS	df	MS	F 值
處理	42	2	21	F=3
誤差	42	6	7	
總變異	84	8		

(三)

$$\alpha = 0.05$$

$$C = \{F | F > F_{0.05}(2, 6) = 5.14\}$$

$$F = 3 < 5.14 \notin C \Rightarrow \text{not } R_e H_0$$

結論：沒有證據顯示 3 個營業區銷售量的平均數有差異

志光 學儒 保成 效率考取關鍵

上榜生唯一指定

全國狀元 雙料金榜 劉○岑 112 高考經建行政狀元
112 普考經建行政榜眼

正規班的每一堂課老師都很用心講解，使我當下都能立即吸收各種新知識。題庫班就是講解各類型的歷屆試題，可以省去找試題及解答的困擾，對於我有幫助。參加奪榜特訓班是想練習如何撰寫申論題，以及我想知道自己的寫作可以拿到幾分，再加上老師會提供完美的擬答供參考。

一年考取 雙料金榜 池○恆 112 高考會計
112 普考會計

奪榜特訓班藉大量題目練習和反覆複習，讓我可以把自己不擅長和不熟悉的部分，靠題目和老師講解把自己的困難處一一破解。而最大的好處就是可以跟好夥伴一起解題，遇到不會的題目可以一起思考要如何破題，可以讓彼此的實力更上一層樓。

一年考取 雙料金榜 陳○玟 112 高考統計
112 普考統計

奪榜特訓班有一個很好的環境，讓我能專心讀書，最重要是不會的題目現場有人可以問。每次想休息時，抬頭看到大家都在認真讀書，可以讓我打起精神，覺得我還能再加油。小班導和老師也會跟我們聊天，關心我們的學習情況，每天也幾乎都有考試，成為我學習重要的鞭子。

一年考取 雙料金榜 趙○育 112 高考經建行政
112 普考經建行政

選擇面授課程的原因是因為我是一個很喜歡問問題的人，如果選擇面授課程，就能夠即時得到老師的回覆，透過詢問的過程中找出自己的盲點。也因此，我很慶幸報名題庫班，因為它的上課方式是老師透過題目講解該題的重點，以及申論題的寫作方向，來將之前上課的內容融會貫通。

四、某公司的維修部門負責該公司所有機器設備維修工作，部門經理為估計下年度所需之維修成本，蒐集了過去 6 個月的機器運轉時數(x_i)與所耗用的維修費用(y_i)資料，並建立了二者間的迴歸模型： $y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n$ ，假設 ε_i 為相互獨立且具有共同分配 $N(0, \sigma^2)$ 。令(y_i)的最小平方估計值為 $\hat{y}_i = a + b x_i$ ，已知樣本相關資訊如下：

$$n = 6, \sum_{i=1}^n x_i = 24, \sum_{i=1}^n y_i = 360, \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 20,$$

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = 2,000, \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 190,$$

其中 \bar{x} 和 \bar{y} 分別表示 n 個 x_i 和 n 個 y_i 的樣本平均數。

(一)計算最小平方估計值 \hat{y}_i 中的 a 和 b 的數值。(10 分)

(二)已知迴歸模型的判定係數 $R^2 = 0.9025$ ，計算出以下迴歸模型的變異數分析表中 A1、A2、A3 的數值。(12 分)

	自由度	SS	MS	F
迴歸 (R)	—	A1	—	A3
殘差 (E)	—	—	48.75	
總和 (T)	—	A2		

(三)為了檢定迴歸模型的斜率 β 是否大於 0，即 $H_0 : \beta \leq 0$ 對 $H_1 : \beta > 0$ ，可以利用 t 檢定統計量進行，請 1. 先計算出 b 的標準誤；2. 再計算對應本資料的 t 統計量的數值；3. 最後判斷在 5% 的顯著水準下，該迴歸線的斜率是否大於 0。(8 分)

1. 《考題難易》：★★ (最難 5 顆星)
2. 《解題關鍵》：考簡單迴歸分析, 基本題
3. 《命中特區》：吳迪著”統計學”P10-16~ P10-28

【擬答】：

(一)

$$\hat{Y}_i = a + bx_i$$

$$1. b = \frac{SS_{XY}}{SS_X} = \frac{190}{20} = 9.5$$

$$2. a = \bar{Y} - b\bar{X} = \frac{360}{6} - 9.5 \times \frac{24}{6} = 22$$

(二)

$$\frac{SSE}{4} = 48.75 \Rightarrow SSE = 195$$

$$\Rightarrow \frac{SSR}{SST} = R^2 = 0.9025$$

$$\Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2 - 195}{A_2} = 0.9025 \Rightarrow A_2 = 2000$$

$$\Rightarrow A_1 = 2000 \times 0.9025 = 1805$$

$$\therefore A_3 = F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{1805}{48.75} = 37.0256$$

(三)

$$1. b \text{ 的標準誤 } S(b) = \sqrt{\frac{MSE}{SSX}} = \sqrt{\frac{48.75}{20}} = 1.56$$

$$2. t = \frac{b}{S(b)} = \frac{9.5}{1.56} = 6.09$$

$$3. \begin{cases} H_0; \beta \leq 0 \\ H_1; \beta > 0 \end{cases}$$

$$\alpha = 0.05$$

$$C = \{t | t > t_{0.05}(4) = 2.132\}$$

$$t = 6.09 > 2.132 \in C \Rightarrow R_e H_0$$

結論：有證據顯示 $\beta > 0$

志光 學儒 保成 高普考奪榜特訓班

奪榜特訓班 狀元世家連霸 橫掃全國再奪第 1

經建行政 王○懿 普考探花	金融保險 林○青 高考狀元	人事行政 林 ○ 高考狀元·普考探花	人事行政 鍾○玲 高考第六·普考狀元
文化行政 楊○絹 普考狀元	社會行政 梁○嶽 高考狀元·普考狀元	社會行政 何○韻 普考探花	教育行政 廖○雅 高考榜眼

狀元 高普經建行政 蔡○諭	狀元 普考文化行政 張○迎	狀元 普考一般行政 楊○蘭	狀元 普考經建行政 廖○雅	狀元 高普戶政 張○瑜	狀元 普考一般行政 李○壽	狀元 地方特考三等 人事新北市 林○培	狀元 地方特考四等 戶政台北市 賴○毓
狀元 高普人事行政 高○蔚	狀元 高普一般民政 葉○蒙	狀元 普考一般行政 蘇○昇	榜眼 普考經建行政 蔡○諭	榜眼 普考財稅行政 曾 ○	榜眼 高普一般行政 邱○翰	榜眼 高普文化行政 張○瑄	榜眼 高普社會行政 趙○慶
榜眼 普考一般行政 邱○翰	探花 高普財稅行政 曾 ○	探花 普考金融保險 陳○毅	探花 普考文化行政 張○瑄	探花 普考一般行政 莊○盈	探花 高普一般行政 趙○翔	探花 高普勞工行政 林○俊	KEEP FOR YOU